Nome: ______ Nº: ______

Endereço: ______ Data: ______

Telefone: ______ *E-mail:* ______

Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSA O 9º ANO EM 2013

Disciplina:	Prova:	NOTA:
MATEMÁTICA	**DESAFIO**	

QUESTÃO 16

A sequência $\frac{2}{3}x,\ \frac{2}{9}x,\ \frac{2}{27}x, \ldots$ tem cinco termos. A soma do primeiro com o último termo é igual a 164. O quarto termo dessa sequência é igual a:

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

RESOLUÇÃO

Completando essa sequência que tem cinco termos, teremos:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{\frac{2}{3}x,\ \frac{2}{9}x}_{1/3},\ \frac{2}{27}x}_{1/3},\ \frac{2}{81}x}_{1/3},\ \frac{2}{243}x}_{1/3}$$

Se a soma do 1º termo com o último termo é igual a 164, podemos escrever:

$$\frac{2}{3}x + \frac{2}{243}x = 164$$

$$\frac{162x + 2x}{243} = \frac{164 \cdot 243}{243} \Leftrightarrow 164x = 164 \cdot 243 \Leftrightarrow x = 243$$

Assim o quarto termo dessa sequência é igual a:

$$\frac{2}{81}x = \frac{243 \cdot 2}{81} = \frac{486}{81} = 6$$

Resposta: E

QUESTÃO 17

(CFS) – O mdc de dois números A e B é $2^x \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 7$. Sendo $A = 2^x \cdot 3^4 \cdot 5^z \cdot 7$ e $B = 2^6 \cdot 3^y \cdot 5^5 \cdot 7$, então o valor do produto x . y . z pode ser:

a) 20 b) 80 c) 60 d) 40 e) 11

RESOLUÇÃO

Lembrando que o mdc de dois números escritos em sua forma fatorada é dada pelo produto entre os fatores comuns, elevados aos menores expoentes, teremos:
$A = 2^x \cdot 3^4 \cdot 5^z \cdot 7$ e $B = 2^6 \cdot 3^y \cdot 5^5 \cdot 7$ e mdc (A, B) é $2^x \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 7$, podemos concluir que:
Se entre 2^x e 2^6 temos 2^x com o menor expoente, então x = 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.
Se entre 3^4 e 3^y temos 3^3 com o menor expoente, então y = 3.
Se entre 5^z e 5^5 temos 5^4 com o menor expoente, então z = 4.
Desta forma, x . y . z = x . 3 . 4 = 12x que é múltiplo de 12. Dos valores apresentados 60 é o único múltiplo de 12.
Resposta: C

QUESTÃO 18

(UFMG – ADAPTADO) – Num grupo de jovens, 25% tem estatura superior a 1,70m; 45% tem estatura entre 1,65m e 1,70m e 12 desses jovens têm estatura inferior a 1,65m. Quantos desses jovens têm uma altura que varia entre 1,65m e 1,70m?

a) menos que 8.
b) entre 8 e 17.
c) exatamente 18.
d) exatamente 20.
e) entre 20 e 25.

RESOLUÇÃO

Somando-se as porcentagens que representam os jovens com estatura entre 1,65m e 1,70m e com estatura superior a 1,70m, temos:
25% + 45% = 70%
Assim os 12 jovens com altura inferior a 1,65m correspondem a 100% – 70% = 30% dos jovens. Desta forma:

Jovem	**Porcentagem**
12	**30%**
x	**45%**

$$\frac{12}{x} = \frac{30}{45} \Leftrightarrow 30x = 12 \cdot 45 \Leftrightarrow x = \frac{12 \cdot 45}{30} \Leftrightarrow x = 18$$

Resposta: C

QUESTÃO 19

Sabe-se que $5^a = 2x$, $5^b = x^2$ e $5^c = (2x)^2$. Assim, qual a expressão que representa $5^{a + b + c}$ em função de x?

a) 5^{5x^2+2x} b) $6x + x^2$ c) $6x^5$ d) $8x^5$ e) 5^{x^2+6x}

RESOLUÇÃO

Resolvendo a expressão em função de x, temos que:

$5^{a+b+c} = 5^a \cdot 5^b \cdot 5^c = 2x \cdot x^2 \cdot (2x)^2 = 2x \cdot x^2 \cdot 4x^2 = 8x^5$

Resposta: D

QUESTÃO 20

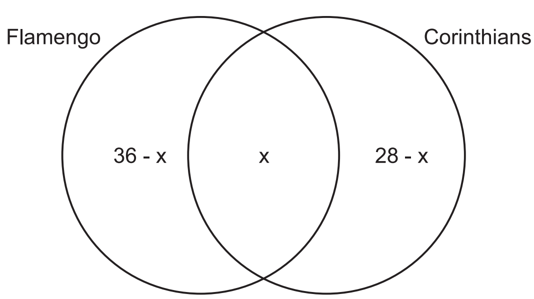
Numa turma de 42 alunos, um professor perguntou: "Quem torce para o Flamengo?"

- 36 alunos levantaram a mão. A seguir, o professor perguntou: "Quem torce para o Corinthians?"
- 28 alunos levantaram a mão. Sabendo-se que todos os alunos dessa sala torcem para pelo menos um desses dois times, quantos alunos dessa turma torcem tanto para o Corinthians como para o Flamengo?

a) 20 b) 21 c) 22 d) 23 e) 24

RESOLUÇÃO

Vamos chamar de x o número de alunos que torcem para os dois times ao mesmo tempo e organizar o diagrama:



A soma das quantidades representadas no gráfico nos fornece o total de alunos da sala. Assim:

$x + (36 - x) + (28 - x) = 42 \Leftrightarrow x + 36 - x + 28 - x = 42 \Leftrightarrow - x + 64 = 42 \Leftrightarrow - x = 42 - 64 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow - x = - 22 \Leftrightarrow x = 22$

Nessa turma 22 alunos torcem tanto para o Corinthians como para o Flamengo.
Resposta: C

QUESTÃO 21

(FUVEST-SP) – A equação $\dfrac{2}{x^2 - 1} + \dfrac{1}{x + 1} = -1$:

a) tem apenas uma raiz real.
b) tem três raízes reais.
c) tem duas raízes reais cuja soma é – 1.
d) admite 4 como raiz.
e) uma das raízes é um número primo.

RESOLUÇÃO

Lembrando que $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$, temos:

$$\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} = -1 \Leftrightarrow \frac{2}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{(x+1)} = -1 \Leftrightarrow \frac{2 + (x-1)}{\cancel{(x+1)}\,\cancel{(x-1)}} = -\frac{(x+1)(x-1)}{\cancel{(x+1)}\,\cancel{(x-1)}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 + x - 1 = -x^2 + 1 \Leftrightarrow 2 + x - 1 + x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -1$$

Porém $x = -1$ não serve, pois anula o denominador das frações. Assim, somente $x = 0$ é raiz.

Resposta: A

QUESTÃO 22

A forma fatorada de escrever a expressão algébrica resultante do produto de

$\sqrt{ab} \,.\, \left(\sqrt{ab} - \sqrt{\dfrac{b}{a}} + \sqrt{\dfrac{a}{b}} - \sqrt{\dfrac{1}{ab}}\right)$, com a e b reais e positivos, é:

a) $b + 1$
b) $(b + 1)(a - 1)$
c) $a - 1$
d) $(b - 1)(a + 1)$
e) $ab(a + 1)$

RESOLUÇÃO

Utilizando a propriedade distributiva, obtemos:

$$\sqrt{ab} \,.\, \left(\sqrt{ab} - \sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{1}{ab}}\right) = \sqrt{a^2b^2} - \sqrt{\frac{\cancel{a}b^2}{\cancel{a}}} + \sqrt{\frac{a^2\cancel{b}}{\cancel{b}}} - \sqrt{\frac{\cancel{ab}}{\cancel{ab}}} =$$

$$= \sqrt{a^2b^2} - \sqrt{b^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{1} = ab - b + a - 1$$

Fatorando, por agrupamento, o polinômio, obtemos:

$$b(a - 1) + (a - 1) = (b + 1)(a - 1)$$

Resposta: B

QUESTÃO 23

Qual o valor da expressão $27^{\frac{2}{3}} - 9^{\frac{5}{2}}$?

a) $-(2 \cdot 3^2 \cdot 13)$ b) $3^2 \cdot 5 \cdot 7$ c) $2^3 \cdot 7^2$
d) $-(3^2 \cdot 5 \cdot 7)$ e) $2 \cdot 3^2 \cdot 13$

RESOLUÇÃO

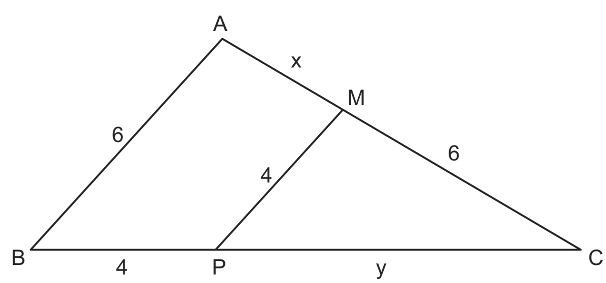
Decompondo 27 e 9 em fatores primos encontra 3^3 e 3^2, respectivamente.

Então, $27^{\frac{2}{3}} - 9^{\frac{5}{2}} = \left(3^3\right)^{\frac{2}{3}} - \left(3^2\right)^{\frac{5}{2}} = 3^{\cancel{3} \cdot \frac{2}{\cancel{3}}} - 3^{\cancel{2} \cdot \frac{5}{\cancel{2}}} = 3^2 - 3^5 = 9 - 243 = -234$

Decompondo 234 em fatores primos encontramos
$-234 = -(2 \cdot 3^2 \cdot 13)$
Resposta: A

QUESTÃO 24

Observe a figura



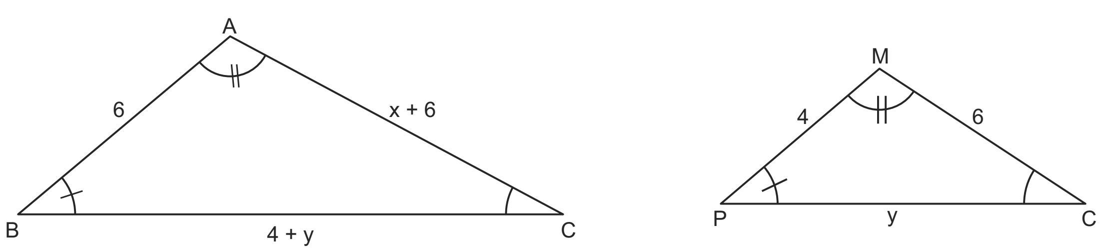
Seja, $\overline{MP} // \overline{AB}$ podemos afirmar que $\sqrt{x \cdot y}$ é igual a:

a) $3\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{5}$ c) $2\sqrt{6}$ d) $2\sqrt{3}$ e) $3\sqrt{2}$

RESOLUÇÃO

Como $\overline{MP} // \overline{AB}$, temos que $\Delta ABC \sim \Delta MPC$ (teorema fundamental da semelhança de triângulos).

Separando os triângulos, encontramos:



Escrevendo a proporção entre os lados homólogos, temos:

$$\frac{AB}{MP} = \frac{AC}{MC} = \frac{BC}{PC} \Leftrightarrow \frac{6}{4} = \frac{x+6}{6} = \frac{4+y}{y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4\,(x + 6) = 36 \Leftrightarrow 4x = 12 \\ 6y = 4\,(4 + y) \Leftrightarrow 2y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases}$$

Assim $\sqrt{x\,.\,y} = \sqrt{3\,.\,8} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

Resposta: C

QUESTÃO 25

Se a área de um quadrado é 48m, qual a medida do lado desse quadrado?

a) $40\sqrt{3}$ cm
b) $20\sqrt{30}$ dm
c) $4\,000\sqrt{3\,000}$ mm
d) $4\,000\sqrt{3}$ mm
e) $2\sqrt{3}$ m

RESOLUÇÃO

Sendo ℓ a medida, em metros, do lado do quadrado, sua área será ℓ^2 metros quadrados. Desta forma,

$\ell^2 = 48 \Rightarrow \ell = \pm\sqrt{48} \Rightarrow \ell = \sqrt{48}$, **pois** $\ell > 0$

Como $\sqrt{48} = \sqrt{16}\,.\,\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ **,**

a medida do lado do quadrado é

$4\sqrt{3}$ **m** $= 4\,000\sqrt{3}$ **mm**

Resposta: D

QUESTÃO 26
Sabe-se que x, y e z são três números inteiros, tais que:

$$\begin{cases} x = y \\ z = x + 5 \\ x + y + z = 65 \end{cases}$$

Podemos afirmar que $\dfrac{x \,.\, z}{y}$ é igual a:

a) duas dezenas e meia.
b) duas dúzias.
c) uma dezena.
d) uma dúzia e meia.
e) uma dúzia.

RESOLUÇÃO
Se x = y e z = x + 5, então:

$x + y + z = 65 \Rightarrow x + x + x + 5 = 65 \Rightarrow 3x + 5 = 65 \Rightarrow 3x = 60 \Rightarrow x = 20$, $y = 20$ e $z = 25$

Assim: $\dfrac{x \,.\, z}{y} = \dfrac{\cancel{20} \,.\, 25}{\cancel{20}}$ = 25, equivalentes a duas dezenas e meia.

Resposta: A

QUESTÃO 27
Um número real A é expresso por $\dfrac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$.

Qual é a forma de representar o número A com denominador racional?

a) $6 - \sqrt{3}$
b) $\dfrac{2 - \sqrt{3}}{3}$
c) $3 - \sqrt{3}$
d) $2 - \sqrt{3}$
e) $\dfrac{6 - \sqrt{3}}{2}$

RESOLUÇÃO
Nessa expressão, o fator racionalizante é $(3 - \sqrt{3})$. Assim, teremos:

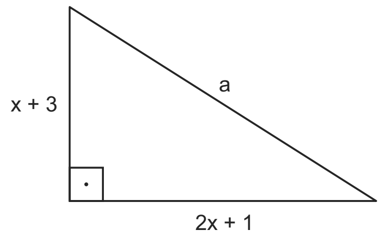
$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3}) \,.\, (3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3}) \,.\, (3 - \sqrt{3})} = \frac{(3 - \sqrt{3})^2}{3^2 - (\sqrt{3})^2} =$$

$$= \frac{3^2 - 2 \,.\, 3 \,.\, \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{9 - 3} = \frac{9 - 6\sqrt{3} + 3}{6} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3}$$

Resposta: D

QUESTÃO 28

Para $x > 0$, qual é a expressão algébrica que representa a medida da hipotenusa no triângulo retângulo que segue?



a) $10x^2 + 5x + 5$

b) $\sqrt{10x^2 + 5x + 10}$

c) $\sqrt{5x^2 + 10x + 8}$

d) $(5x^2 + 10x + 8)$

e) $\sqrt{5x^2 + 10x + 10}$

RESOLUÇÃO

Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$\mathbf{a^2 = (2x + 1)^2 + (x + 3)^2 \Leftrightarrow}$

$\mathbf{\Leftrightarrow a^2 = 4x^2 + 4x + 1 + x^2 + 6x + 9 \Leftrightarrow}$

$\mathbf{\Leftrightarrow a^2 = 5x^2 + 10x + 10 \Leftrightarrow}$

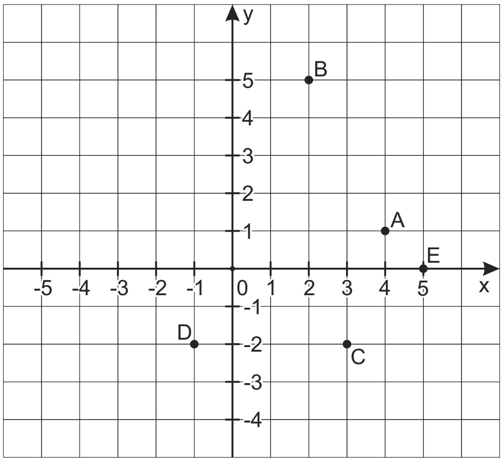
$\mathbf{\Leftrightarrow a = \pm \sqrt{5x^2 + 10x + 10} \Leftrightarrow}$

$\mathbf{\Leftrightarrow a = \sqrt{5x^2 + 10x + 10}}$**, pois** $\mathbf{a > 0}$

Resposta: E

QUESTÃO 29

Observe a figura:



Qual dos pontos da figura está com as coordenadas cartesianas indicadas de forma incorreta?

a) A (4, 1) b) B (2, 5) c) C (3, –2) d) D (–1, –2) e) E (0, 5)

RESOLUÇÃO

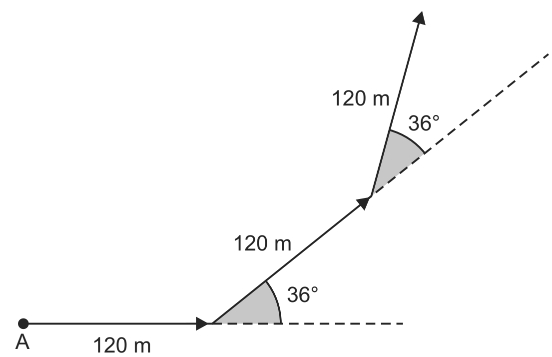
Analisando as coordenadas cartesianas (x, y) dos pontos indicados na figura, temos:

A (4, 1) B (2, 5) C (3, –2) D (–1, –2) E (5, 0)

Resposta: E

QUESTÃO 30

Uma pessoa se desloca caminhando como mostra a figura:



Partindo de A, ele avança sempre da mesma maneira, caminhando 120m e girando 36° para a esquerda. Depois de algum tempo, essa pessoa retorna ao ponto A. Se, em média, ela dá 11 passos a cada 8 metros, quantos passos deu em toda trajetória?

a) 1650 b) 1485 c) 1320 d) 1155 e) 990

RESOLUÇÃO

Ao retornar ao ponto A, a trajetória "fecha" um polígono regular cujos ângulos externos medem 36°. Se a soma dos ângulos externos de qualquer polígono, independente do número de lados, é sempre igual a 360°, esse polígono terá

$$\frac{360°}{36°} = 10 \text{ lados}$$

Dessa forma, foram percorridos 10 trechos de 120m, totalizando 120m . 10 = 1200m

Se a pessoa dá 11 passos a cada 8m, então ela deu

$$\frac{1200\text{m}}{8\text{m}} \cdot 11 = 1650 \text{ passos}$$

Resposta: A